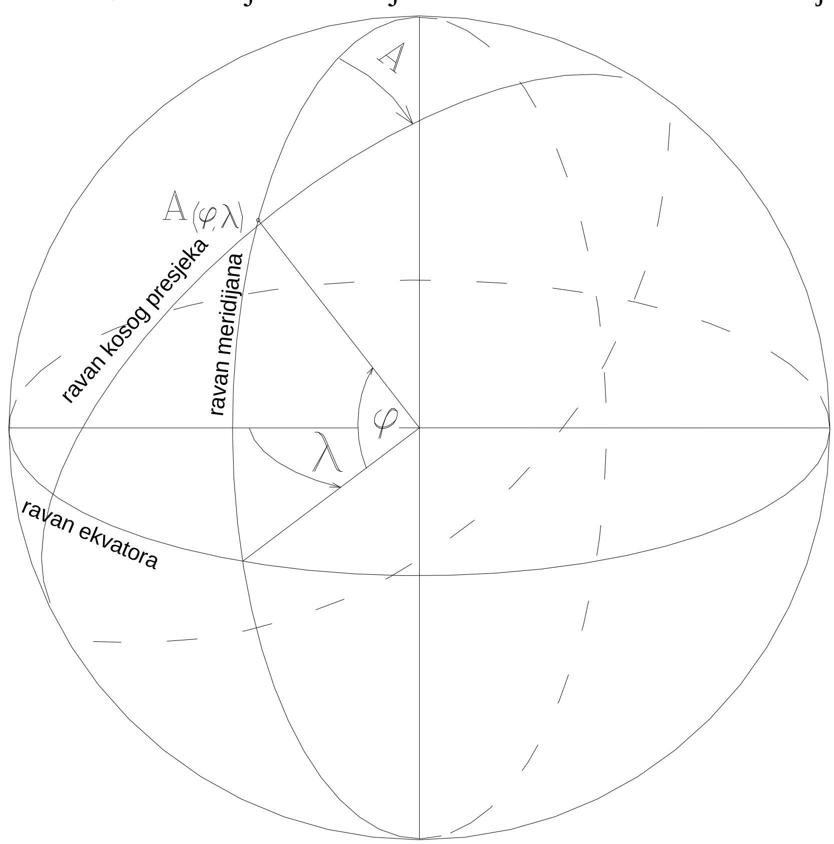
III Predavanje

Orijentacija duži u prostoru i u projekcionoj ravni. Azimut. Direkcioni ugao. Specijalni slučajevi računanja direkcionog ugla. Osobine i razlike azimuta i direkcionog ugla. Lokalni koordinatni sistem.

3.1 Azimut

Orijentacija duži na Zemljinoj površini izvodi se pomoću azimuta. Azimut je arapska reč koja se izgovara kao as-sumut, a znači pravac definisan sa uglom. On predstavlja ugao koji zaklapaju ravan meridijana i kosi presjek Zemljine lopte sa tjemenom u presjeku te dvije ravni - Slika 1. Kosi presjek predstavlja geodetsku liniju tj. najkraće rastojanje između dvije tačke na Zemljinoj površi.

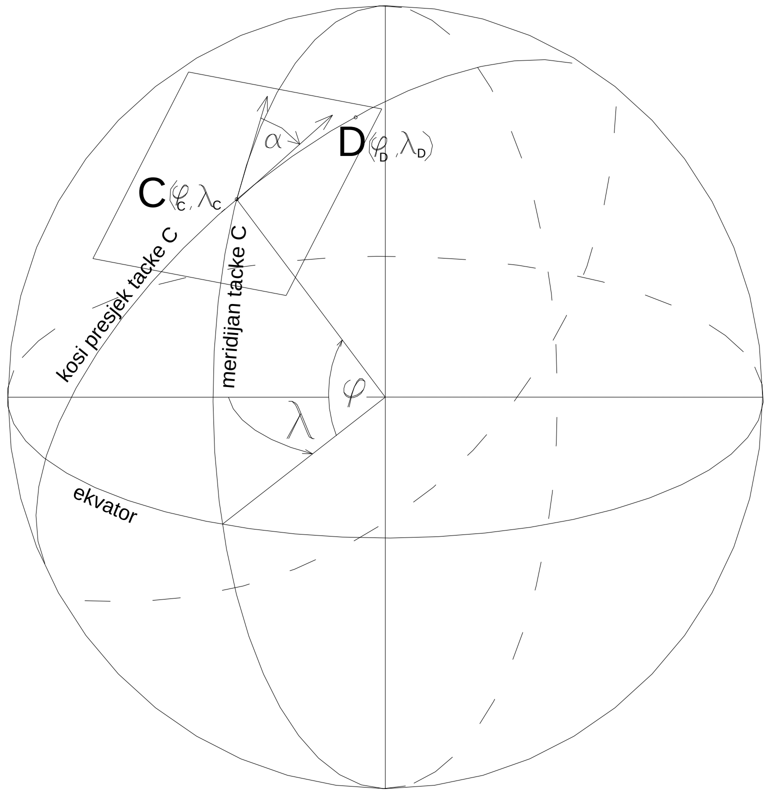
Azimut se koristi u nebeskoj navigaciji, kao pravac položaja nebeskog tela u odnosu na posmatrača. U modernoj astronomiji azimut se skoro uvek meri od sjevera.



Slika 1. Azimut na Zemljinoj površi

Azimut na lopti se mjeri posebnim postupcima pozicione astronomije ili izračunava iz geografskih koordinata po vrlo komplikovanim formulama sferne trigonometerije, koje nijesu u nastavnom planu ovog kursa, pa se neće dalje elaborirati.

Međutim, azimut se na Zemljinoj površi može mjeriti kao ugao u horizontalnoj ravni koji zaklapaju tangenta na meridijan povučena u tjemenu ugla sa tangentom na geodetsku liniju (najkraća kriva između dvije tačke na elipsoidu) koja prolazi kroz tačke C i D, takođe povučenom iz tjemena ugla (Slika 2).



Slika 2. Geodetski azimut

Instrument sa kojim se mjeri azimut u horizontalnoj ravni zove se kompas. Kompas ili busola je magnetna, mehanička, električna ili optička sprava koja služi za određivanje smjera na Zemljinoj površini u odnosu na sjeverni i južni pol. Magnetni kompas bio je poznat već starim Kinezima, a u Evropu je uveden u XII vijeku, pa se od tada primjenjuje u navigaciji. Sastoji se od laganog magneta, najčešće oblika igle, koji se može slobodno okretati oko vertikalne ose, pa se pod uticajem Zemljinog magnetnog polja postavlja u smjer magnetnih sila i time pokazuje smjer magnetnih polova Zemlje (Slika 3).

Slika 3. Kompas

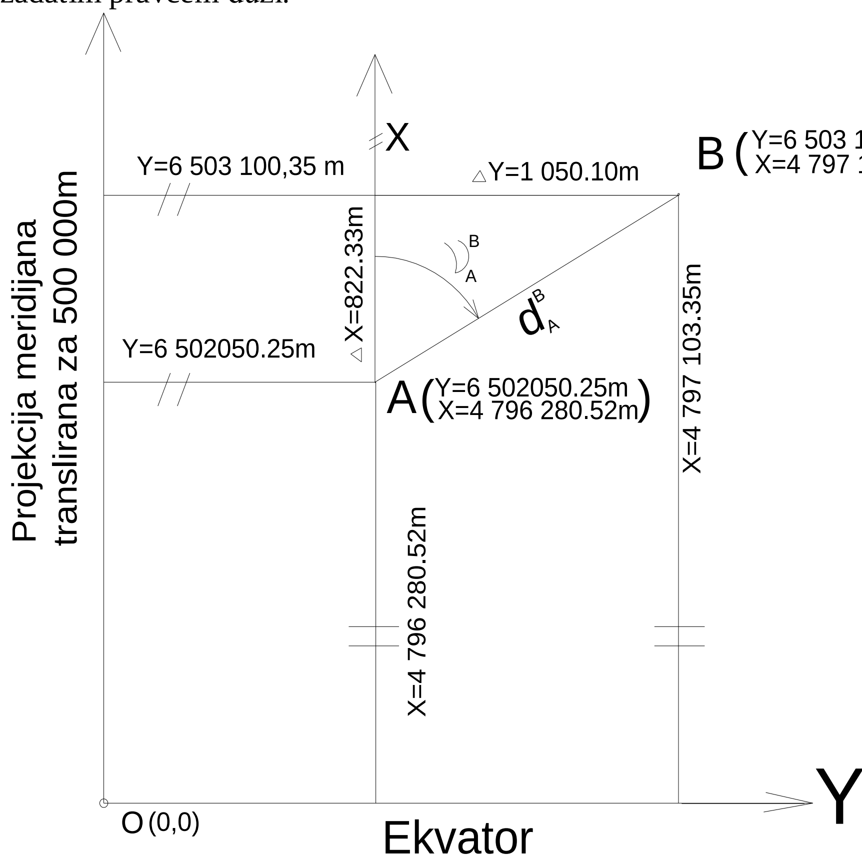
Danas se kompasi rijetko koriste jer je sistem globalnog pozicioniranja (GPS) razvijen do mjere da se pomoću njega može vrlo tačno orijentisati kao na kopnu, tako i na moru i u vazduhu. Kompasi se još koriste kod upravljanja avionima, ili kod nekih geoloških radova. Ova vrsta kompasa pored magnetene igle i grube podjele kruga imaju mnogo precizniju podjelu, sa podjelom do na 1 stepen i tačnije. Na Slici 3 desno se vidi jedan pilotski kompas.

3.2. Direkcioni ugao

Pojam orijentacije duži u projekcionoj ravni i u prostoru, vezan je prije svega za orijentaciju prostorne ravni koja se izvodi pomoću orijentisanog koordinatnog sistema koji je pridružen toj ravni.

Orijentacija duži u projekcionim ravnima 6 i 7 regulisana je državnim pravouglim koordinatnim sistemom i direkcionim uglom. Direkcioni ugao je ugao koji zaklapa prava paralelna sa X osom povučena u početnoj tački duži sa pravcem na krajnju tačku te duži (Slika 4). U slučaju na slici ova duž je zadata koordinatama tačaka A i B. Direkcioni ugao je uvijek u pravcu kazaljke na časovniku od paralele sa X osom i može imati vrijednost od 0° do 360°.

Direkcioni ugao se može definisati i kao ugao za koji treba zarotirati paralelu sa X osom provučenu kroz početnu tačku duži u smjeru kazaljke na časovniku dok se ona ne polopi sa zadatim pravcem duži.



Slika 4. Direkcioni ugao

Direkcioni ugao se izračunava iz koordinatnih razlika krajnjih tačaka duži, pri čemu se uvijek od koordinata krajnje tačke oduzimaju koordinate tačke u tjemenu ugla. Kao što se na Slici 4 vidi, vrijednosti koordinatnih razlika se dobijaju kada se od odgovarajućih vrijednosti koordinata tačke B oduzmu odgovarajuće vrijednosti koordinata tačke A.

$$\Delta Y = Y_B - Y_A = 6503100{,}35\,m - 6502050{,}25\,m = 1050{,}10\,m$$

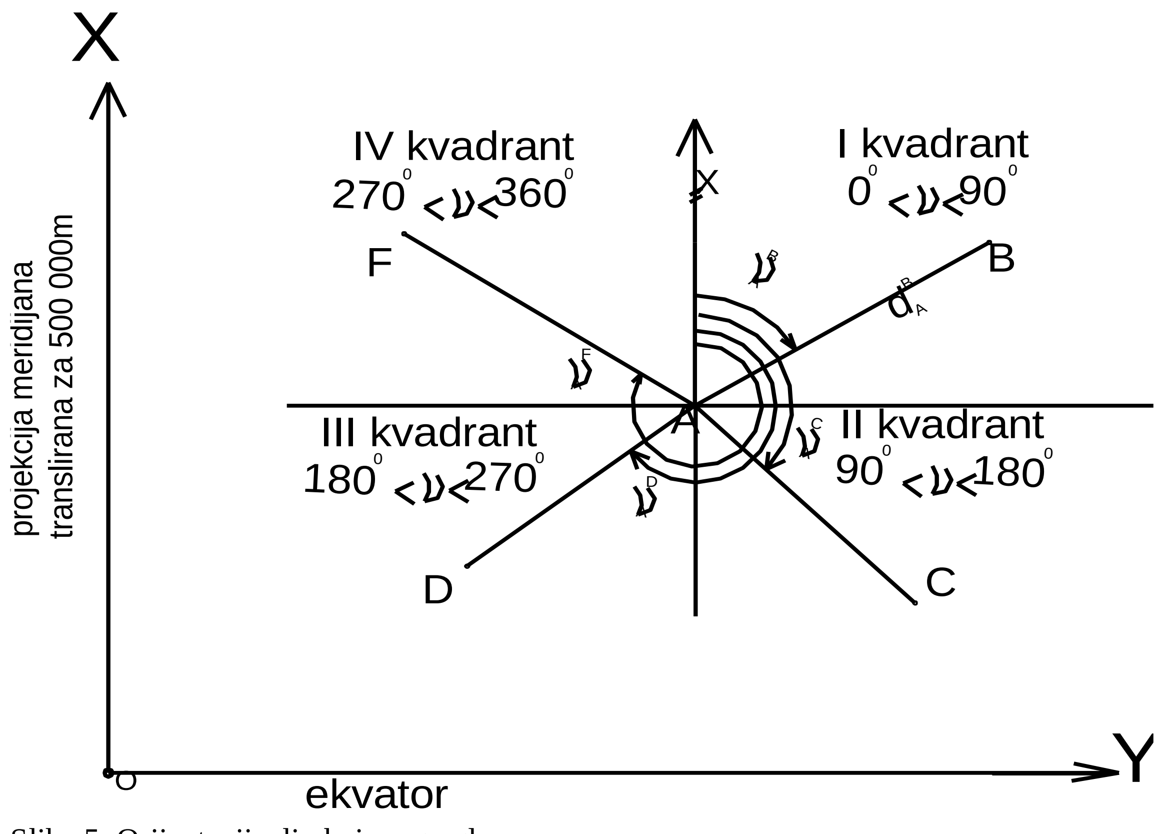
$$\Delta X = X_B - X_A = 4797103{,}35\,m - 4796280{,}52 = 822{,}33\,m$$

Direkcioni ugao se označava grčkim slovom ν (“ni”) koji u indesku ima oznaku tačke tjemena (A) a u eksponentu oznaku druge tačke duži na koju se odnosi (B). Tako se direkcioni ugao sa Slike 4 označava kao ν_A^B i čita kao “ni A na B“. Ovo znači da je tjeme direkcionog ugla u tački A a da je tačka na koju se on odnosi - tačka B.

Važno je napomenuti da se direkcioni ugao ne mjeri već se računa i za to su nam neophodne poznate koordinate krajnjih tačaka duži za koju računamo direkcioni ugao.

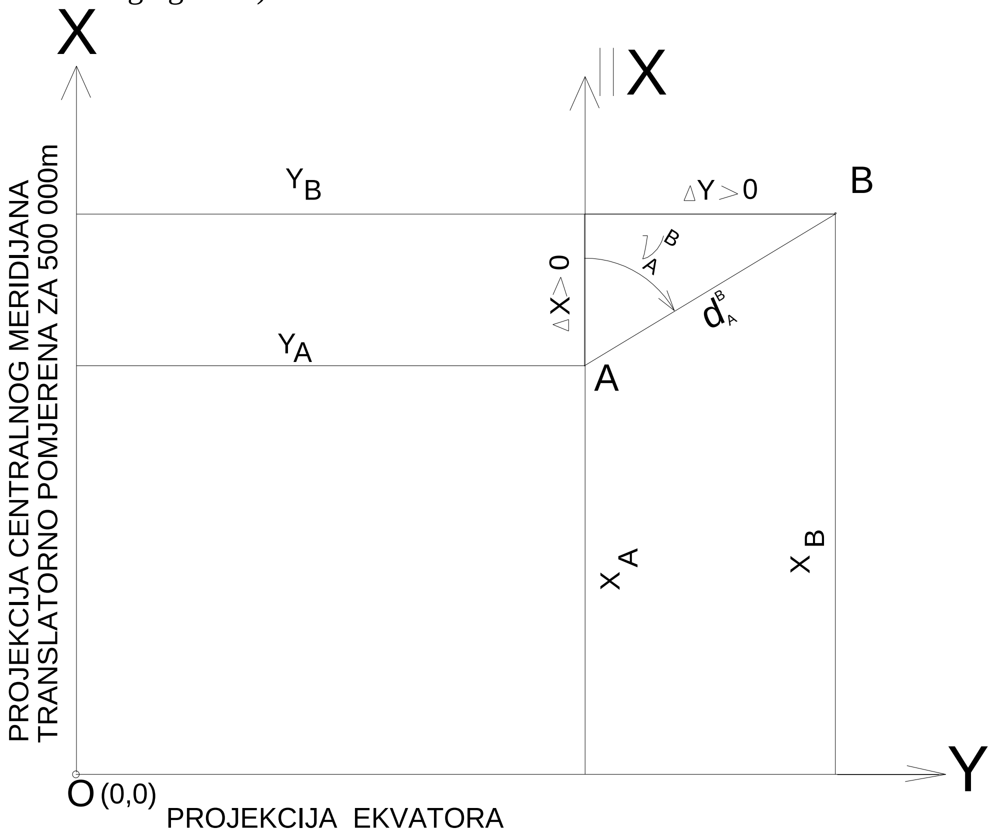
Duž u državnom koordinatnom sistemu može biti orijentisana pod uglovima od 0° do 360°, bez obzira što su sve koordinate u prvom kvadrantu, odnosno što su sve pozitivne.

Na Slici 5 prikazani su slučajevi orijentacije duži čije krajnje tačke pripadaju u sva četiri kvadranta pravouglog koordinatnog sistema.



Slika 5. Orijentacije direkcionog ugla

Dakle, u zavisnosti od međusobnog položaja krajnjih tačaka duži za koju treba sračunati direkcioni ugao, razlikuju se četiri osnovna slučaja. Na Slici 6 prikazan je slučaj gdje su obje koordinatne razlike pozitivne, tj. ukoliko je riječ o državnom koordinatnom sistemu, tačka na kraju duži (B) se nalazi sjeverno i istočno od tačke na početku duži (tjemena direkcionog ugla - A).



Slika 6. Direkcioni ugao u prvom kvadrantu

Za izračunavanje direkcionog ugla sa Slike 6 koristiće se koordinatne razlike koje se računaju iz poznatih koordinata tačaka kao:

$\Delta Y = Y_B - Y_A$ i $\Delta X = X_B - X_A$

Iz pravouglog trougla u kojem je hipotenuza duž AB a katete koordinatne razlike po X i po Y osi, po pravilima trigonometrije dobija se da je tangens ugla jednak odnosu naspramne i nalegle katete:

$tg\nu_A^B = \dfrac{\Delta Y}{\Delta X}$ odakle je sam direkcioni ugao $\nu_A^B = arctg\dfrac{\Delta Y}{\Delta X}$.

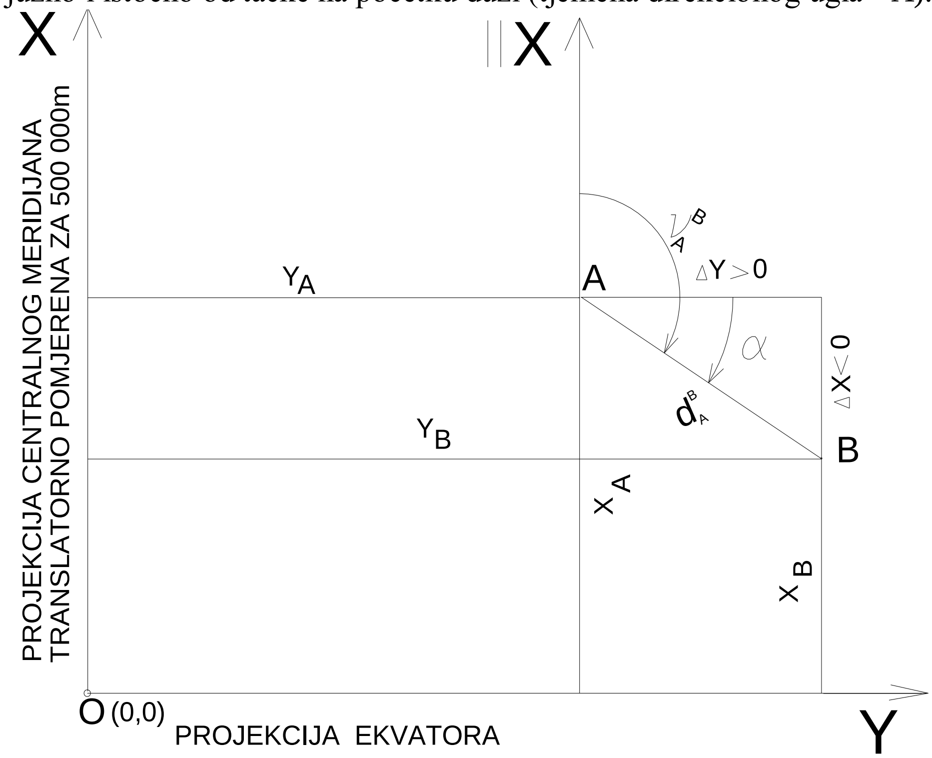
Dužina između tačaka A i B se računa po Pitagorinoj teoremi (kvadrat nad hipotenuzom jednak je zbiru kvadrata nad dvije katete) i ona iznosi:

$d_{A-B} = \sqrt{\Delta Y^2 + \Delta X^2}$

Sa slike se može zaključiti da direkcioni ugao u slučaju kada su pozitivne koordinatne razlike ($\Delta Y \rangle 0\ i\ \Delta X \rangle 0$) može imati vrijednosti između 0° i 90° ($0° \langle \nu_A^B \langle 90°$).

Ovo pravilo izračunavanja direkcionog ugla važi pod uslovom da su obje koordinatne razlike pozitivne dok se ono ne može se primijeniti ako je vrijednost direkcionog ugla veća od 90° jer bi u tom slučaju dobili negativnu vrijednost ugla.

Na Slici 7 prikazan je slučaj gdje je koordinatna razlika po Y osi pozitivna, a po X osi negativna, tj. ukoliko je riječ o državnom koordinatnom sistemu, tačka na kraju duži (B) se nalazi južno i istočno od tačke na početku duži (tjemena direkcionog ugla - A).



Slika 7. Direkcioni ugao u drugom kvadrantu

U ovom slučaju, ako bi smo primijenili prethodni postupak i izračunavali direkcioni ugao preko *arctg* količnika koordinatnih razlika koji je negativan, dobili bi negativan ugao koji se ne koristi u geodeziji a pri tome bi i njegova vrijednost bila netačna.

Zbog toga se prvo, iz pravouglog trougla čija je hipotenuza duž AB, a katete koordinatne razlike po X i Y osi, izračunava vrijednost ugla α. Na osnovu trigonometrijskih pravila, tangens ovog ugla jednak je odnosu naspramne i nalegle katete. Zbog negativne vrijednosti koordinatne razlike po X osi ovdje treba računati sa apsolutnom vrijednošću količnika:

$tg\alpha = \left|\frac{\Delta X}{\Delta Y}\right|$ odakle se dobija sam ugao $\alpha = arctg\left|\frac{\Delta X}{\Delta Y}\right|$

Kao što se sa Slike 7 može vidjeti vrijednost direkcionog ugla se dobija kada se na ovako sračunatu vrijednost ugla α doda ugao od 90 °:

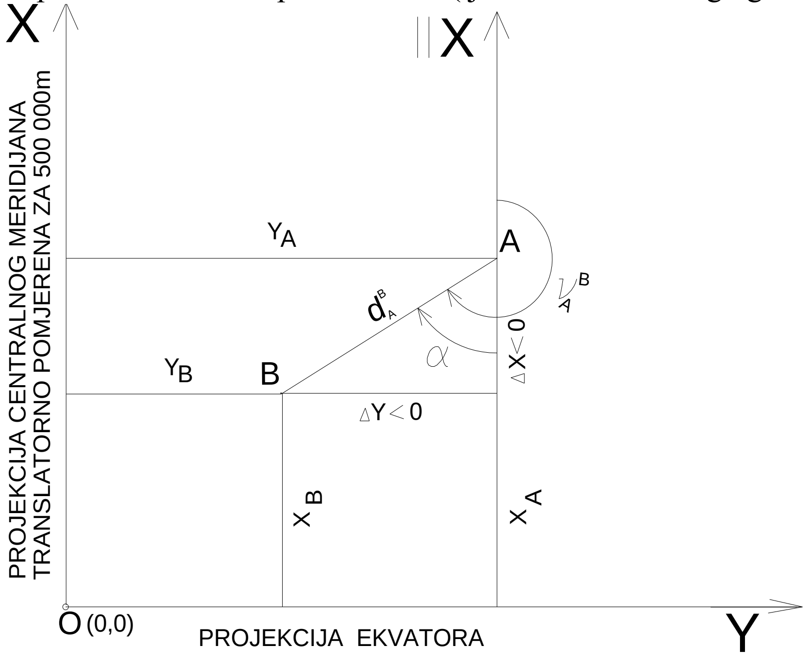
$$\nu_A^B = \alpha + 90°$$

Dužina između tačaka A i B se računa po Pitagorinoj teoremi i ona iznosi:

$$d_{A-B} = \sqrt{\Delta Y^2 + \Delta X^2}$$

Sa slike se može zaključiti da direkcioni ugao, u slučaju kada je pozitivna koordinatna razlika po Y osi a po X osi negativna ($\Delta Y \rangle 0 \; i \; \Delta X \langle 0$), može imati vrijednosti između 90° i 180° ($90° \langle \nu_A^B \langle 180°$).

Treći slučaj, kada se direkcioni ugao nalazi u trećem kvadrantu prikazan je na Slici 8. Ovdje se tačke A i B nalaze u takvom položaju da su obje koordinatne razlike negativne tj. ukoliko je riječ o državnom koordinatnom sistemu, tačka na kraju duži (B) se nalazi južno i zapadno od tačke na početku duži (tjemena direkcionog ugla - A).



Slika 8. Direkcioni ugao u trećem kvadrantu

I u ovom slučaju za izračunavanje direkcionog ugla će poslužiti pomoćni pravougli trugao čija je hipotenuza duž AB a katete koordinatne razlike po Y i X osi. Vrijednost tangensa ugla α, prikazanog na slici, se na osnovu trigonometrijskih pravila računa kao odnos naspramne (ΔY) i nalegle (ΔX) katete. Obzirom da obje koordinatne razlike imaju negativne vrijednosti tada će njihov količnik biti pozitivan pa nije potrebno pri računanju koristiti apsolutnu vrijednost:

$tg\alpha = \dfrac{\Delta Y}{\Delta X}$ odakle se dobija sam ugao $\alpha = arctg\dfrac{\Delta Y}{\Delta X}$

Kao što se sa Slike 8 može vidjeti vrijednost direkcionog ugla se dobija kada se na ovako sračunatu vrijednost ugla α doda ugao od 180 °:

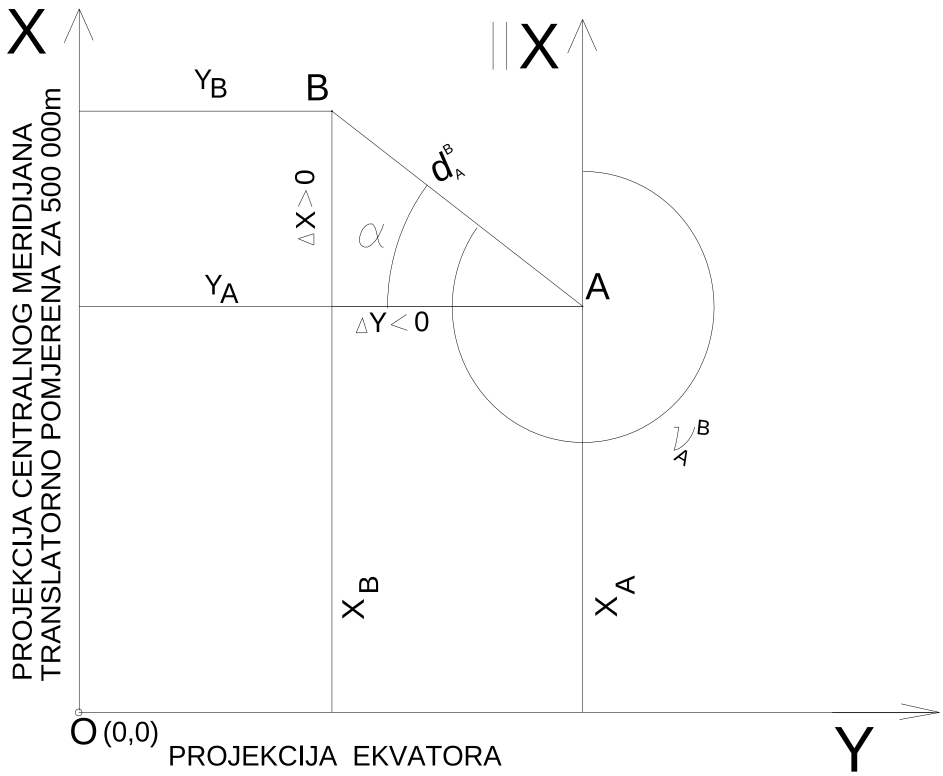
$$\nu_A^B = \alpha + 180°$$

Dužina između tačaka A i B se računa po Pitagorinoj teoremi i ona iznosi:

$$d_{A-B} = \sqrt{\Delta Y^2 + \Delta X^2}$$

Sa slike se može zaključiti da direkcioni ugao, u slučaju kada su koordinatne razlike po Y osi a po X osi negativne ($\Delta Y \langle 0 \; i \; \Delta X \langle 0$), može imati vrijednosti između 180° i 270° ($180° \langle \nu_A^B \langle 270°$).

Četvrti slučaj, kada se direkcioni ugao nalazi u četvrtom kvadrantu prikazan je na Slici 9. Ovdje se tačke A i B nalaze u takvom položaju da je koordinatna razlika po Y osi negativna a po X osi pozitivna tj. ukoliko je riječ o državnom koordinatnom sistemu, tačka na kraju duži (B) se nalazi sjeverno i zapadno od tačke na početku duži (tjemena direkcionog ugla - A).



Slika 9. Direkcioni ugao u četvrtom kvadrantu

I u ovom slučaju za izračunavanje direkcionog ugla će poslužiti pomoćni pravougli trugao čija je hipotenuza duž AB a katete koordinatne razlike po Y i X osi. Vrijednost tangensa ugla α, prikazanog na slici, se na osnovu trigonometrijskih pravila računa kao odnos naspramne (ΔX) i nalegle (ΔY) katete. Zbog negativne vrijednosti koordinatne razlike po Y osi ovdje treba računati sa apsolutnom vrijednošću količnika:

$tg\alpha = \left|\frac{\Delta X}{\Delta Y}\right|$ odakle se dobija sam ugao $\alpha = arctg\left|\frac{\Delta X}{\Delta Y}\right|$

Kao što se sa Slike 9 može vidjeti vrijednost direkcionog ugla se dobija kada se na ovako sračunatu vrijednost ugla α doda ugao od 270 °:

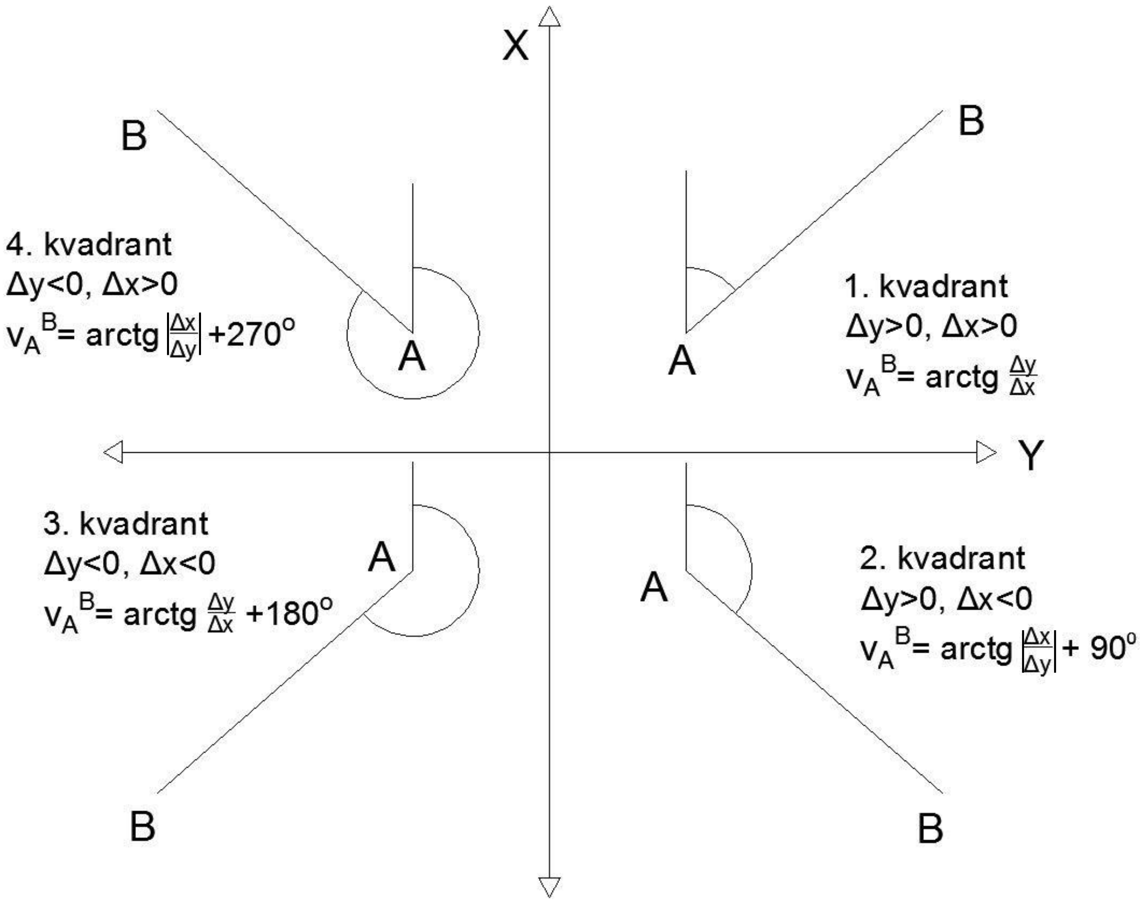
$$\nu_A^B = \alpha + 270°$$

Dužina između tačaka A i B se računa po Pitagorinoj teoremi i ona iznosi:

$$d_{A-B} = \sqrt{\Delta Y^2 + \Delta X^2}$$

Sa slike se može zaključiti da direkcioni ugao, u slučaju kada je koordinatna razlika po Y osi negativna a po X osi negativna ($\Delta Y \langle 0 \; i \; \Delta X \rangle 0$), može imati vrijednosti između 270° i 360° ($270° \langle \nu_A^B \langle 360°$).

Na Slici 10 su prikazana sva četiri slučaja položaja duži u projekcionoj ravni sa gore izvedenim formulama za računanje direkcionih uglova sa napomenom da zbog negativnih vrijednosti količnika u 1. i 3. kvadrantu treba koristiti njihovu apsolutnu vrijednost.



Slika 10. Računanje direkcionog ugla

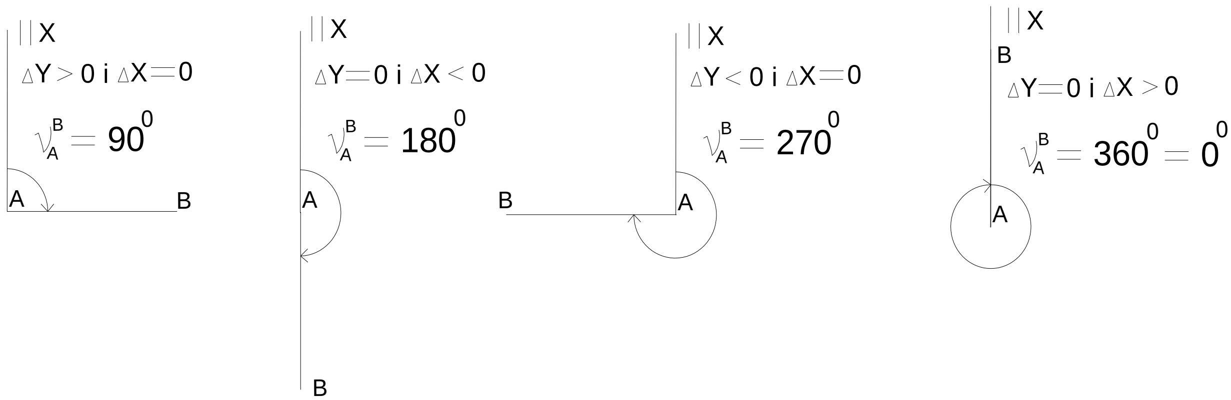
Dakle, posmatrajući predznak jedne i druge koordinatne razlike, utvrđuje se u kom kvadrantu će biti traženi direkcioni ugao (Tabela 1). U zavisnosti od utvrđenog kvadranta, prema datoj formuli se računa vrijednost tangensa pomoćnog ugla α, zatim sam ugao α kao i direkcioni ugao ν_A^B prema priloženoj tabeli.

Kvadrant	Znak ΔY	Znak ΔX	$tg\alpha =$	$\nu_A^B =$
I	+	+	$\frac{\Delta Y}{\Delta X}$	α
II	+	-	$\left\lvert\frac{\Delta X}{\Delta Y}\right\rvert$	$\alpha + 90°$
III	-	-	$\frac{\Delta Y}{\Delta X}$	$\alpha + 180°$
IV	-	+	$\left\lvert\frac{\Delta X}{\Delta Y}\right\rvert$	$\alpha + 270°$

Tabela 1. Određivanje direkcionog ugla po kvadrantima

3.3 Specijalni slučajevi računanja direkcionog ugla

Osim ova četiri opšta slučaja postije i četiri specijalna slučaja računanja direkcionog ugla. Njihove ilustracije date su na Slici 11.



Slika 11. Specijalni slučajevi direkcionog ugla

U narednom, biće razjašnjeni slučajevi sa lijeva na desno sa Slike 11.

Prvi specijalni slučaj - kada je duž na kojoj se nalaze tačke A i B paralelna Y osi a tačka B ima veću vrijednost Y koordinate od tačke A ($\Delta Y \rangle 0,\ \Delta X = 0$). U ovom slučaju vrijednost direkcionog ugla je $\nu_A^B = 90°$. Do ove vrijednosti može se doći direktno, posmatranjem slike, kao i analitički preko gore navedenih formula za slučajeve direkcionog ugla u prvom i drugom kvadrantu.

U drugom slučaju je duž na kojoj se nalaze tačke A i B paralelna X osi a tačka B ima manju vrijednost X koordinate od tačke A ($\Delta Y = 0,\ \Delta X \langle 0$). Ovdje je vrijednost direkcionog ugla $\nu_A^B = 180°$. Takođe, i do ove vrijednosti se dolazi direktno, posmatranjem slike, kao i analitički preko gore navedenih formula za slučajeve direkcionog ugla u drugom i trećem kvadrantu.

Treći specijalni slučaj - kada je duž na kojoj se nalaze tačke A i B paralelna Y osi a tačka B ima manju vrijednost Y koordinate od tačke A ($\Delta Y \langle\ 0,\ \Delta X = 0$). U ovom slučaju vrijednost direkcionog ugla je $\nu_A^B = 270°$. Do ove vrijednosti može se doći direktno, posmatranjem slike, kao i analitički preko gore navedenih formula za slučajeve direkcionog ugla u trećem i četvrtom kvadrantu.

Četvrti specijalni slučaj je kada je duž na kojoj se nalaze tačke A i B paralelna X osi a tačka B ima veću vrijednost X koordinate od tačke A ($\Delta Y = 0,\ \Delta X \rangle 0$). U ovom slučaju vrijednost direkcionog ugla je $\nu_A^B = 360° = 0°$. Do ove vrijednosti može se doći direktno, posmatranjem slike, kao i analitički preko gore navedenih formula za slučajeve direkcionog ugla u četvrtom i prvom kvadrantu.

Ovi specijalni slučajevi direkcionog ugla kada su vrijednosti koordinata tačaka duži na koje se on odnosi, po jednoj od osa jednake je rijedak u državnom koordinatnom sistemu. Međutim, on se često javlja u lokalnom koordinatnom sistemu koji će nešto kasnije biti detaljnije opisan.

3.4 Osobine i razlike azimuta i direkcionog ugla

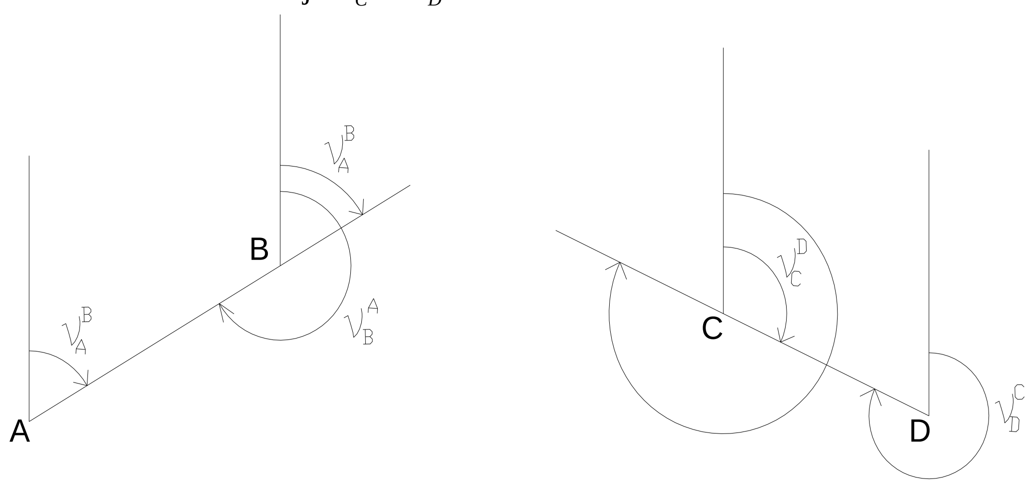
Geodetski azimut i direkcioni ugao su uglovi pomoću kojih se orijentiše duž na Zemljinoj površi. Oba ugla su u horizontalnoj ravni.

Poznata je činjenica, da se magnetni i geografski pol ne podudaraju i da magnetni pol tokom vremena mijenja svoj položaj. U pozicionoj astronomiji to se zove „klackanje polova". Iz ove činjenice proizilazi i osnovna razlika azimuta i direkcionog ugla, koja se ogleda u tome, što se azimut odnosi na magnetni sjeverni pol a direkcioni ugao na geografski sjeverni pol. Odstupanje pravca meridijana i pravca prema magnetnom polu, odnosno odstupanje magnetne igle od pravca geografskog sjevera zove se „inklinacija" magnetne igle.

Azimut se mijenja u svakoj tački duži, za razliku od direkcionog ugla koji je kontantan u svakoj tački duži.

Na Slici 12 se vidi ilustracija jedne osobine direkcionog ugla. Naime, ukoliko je sračunat direkcioni ugao sa jedne na drugu tačku tada nije potrebno da se računa vrijednost direkcionog ugla sa te druge tačke na prvu. Razlika između ova dva direkciona ugla će uvijek biti tačno 180°. Na slici lijevo se vidi da ako je sračunat direkcioni ugao ν_A^B onda će biti $\nu_B^A = \nu_A^B + 180°$.

Sa desne slike se vidi da je $\nu_C^D = \nu_D^C - 180°$



Slika 12. Osobine direkcionog ugla

U opštem slučaju kada je poznato ν_A^B formula glasi:

$\nu_B^A = \nu_A^B \pm 180°$

Ukoliko je $\nu_A^B \langle 180°$ tada će važiti $\nu_B^A = \nu_A^B + 180°$ a ukoliko je $\nu_A^B \rangle 180°$ tada je $\nu_B^A = \nu_A^B - 180°$.

Direkcioni ugao se izračunava iz koordinata tačaka krajeva duži i zbog činjenice da je konstantan u svakoj tački duži u kombinaciji sa mjerenim uglom i dužinom prema nepoznatoj tački, koristi se za izračunavanje koordinata nepoznate tačke.

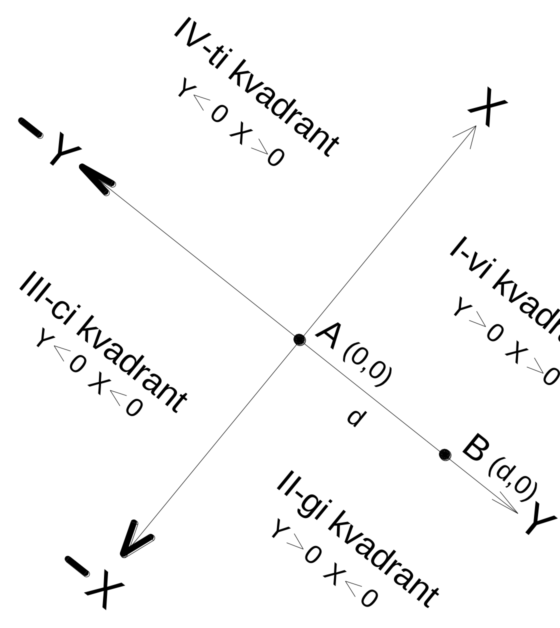
Ugao koji se dobija kombinacijom direkcionog i mjerenog ugla, koji služi za izračunavanje koodrinata tačaka na tom pravcu, zove se orijentisani pravac i on će biti detaljnije opisan u sledećem predavanju.

3.5 Lokalni koordinatni sistem

Često se kod izgradnje većih građevinskih objekata, kao što su mostovi, brane i tuneli na terenu razvijaju posebne mreže stalnih tačaka, koje se zovu geodetske mreže posebne namjene. One služe za snimanje terena u cilju izrade projekta, zatim za prenošenje projekta na teren u toku izgradnje i na kraju za kontrolu stabilnosti objekta u toku eksploatacije. Ne ulazeći u detaljniji opis ovih mreža jer one nijesu predmet ovog kursa, treba napomenuti da su njihove koordinate često vezane za neki lokalni koordinatni sistem. Na ovaj način sve greške koje opterećuju date veličine, odnosno greške koje su vezane za koordinate datih tačaka neće uticati na odnose u lokalnoj mreži. Koordinate datih tačaka su vezane za državne geodetske mreže o kojima će biti riječi u jednom od narednih predavanja.

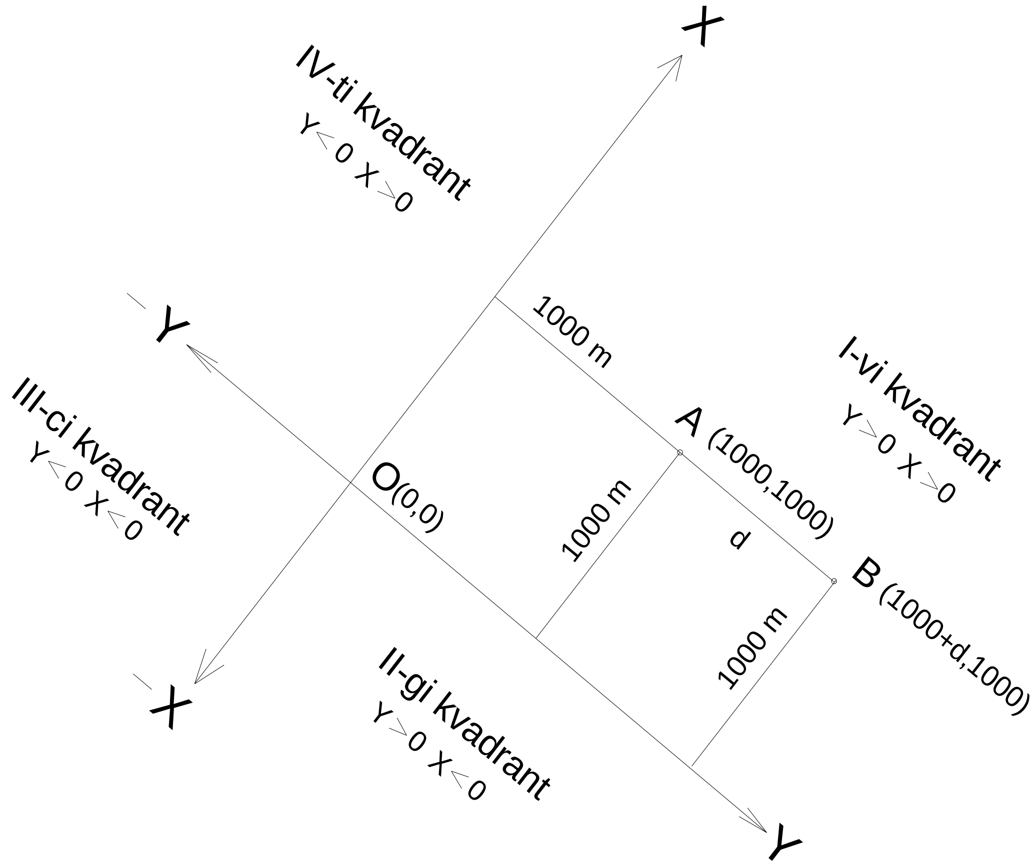
Osim ovih visokopreciznih radova lokalni koordinatni sistem se nekada u praksi koristi i za predstavljanje manjih površi na planu. Ukoliko je projektnim zadatkom definisan državni koordinatni sistem, sve tačke iz lokalnog sistema se mogu i naknadno transformisati u njega. Pravila po kojima se vrši transformacija nijesu predviđena u ovom kursu, pa neće biti dalje elaborirana.

Lokalni koordinatni sistem se definiše pomoću dvije tačke čija je pozicija određena u toj ravni. Duž koja spaja ove dvije tačke, proglašava se za jednu od koordinatnih osa a druga koordinatna osa je upravna prava na ovu duž. Primjer u kojem tačke A i B definišu pravac pružanja Y ose lokalnog koordinatnog sistema dat je na Slici 13.



Slika 13 Lokalni pravougli koordinatni sistem

Kao što se sa slike vidi, tački A su zadate koordinate (0, 0) odnosno ona sama predstavlja koordinatni početak. Tačka B u ovom slučaju ima koordinate (d, 0) gdje d predstavlja horizontalnu dužinu između ove dvije tačke. Koordinate tačaka koje imaju manju vrijednost Y i X koordinate od tačke A u ovakvom sistemu će imati negativne vrijednosti pa da bi se to izbjeglo češće se pribjegava definisanju lokalnog koordinatnog sistema na način kako je to prikazano na Slici 14.



Slika 14 Lokalni pravougli koordinatni sistem sa pomjerenim koordinatnim početkom

U ovom su slučaju tački A zadate koordinate (1000 m, 1000 m), dakle pomjerena je za kilometer po obje ose od koordinatnog početka ovog sistema. I dalje, pravac zadate duži AB definiše pravac jedne od osa lokalnog koordinatnog sistema tj., tačka B ima istu X koordinatu kao tačka A dok je vrijednost Y koordinate 1000 m + d. Na ovaj način će sve koordinate, računavši da je predmetna površina ili objekat udaljena manje od 1000 m po pravcu obje ose od tačke A, imati pozitivnu vrijednost. Ovim su olakšana sva dalja računanja u ovakvom pravouglom koordinatnom sistemu.

Kod lokalnog koordinatnog sistema, u pogledu funkcije direkcionog ugla važe ista pravila kao i kod državnog koordinatnog sistema, samo što je orijentacija sistema vezana za dvije izabrane tačke koje mogu imati proizvoljno izabrane koordinate. Pri ovome je najčešće pravac X ose prava upravna na izabranu duž i ona može imati bilo koji pravac u prostoru.

U lokalnom koordinatnom sistemu, pomoću orijentisanog pravca (biće kasnije objašnjen) i dužine, mogu se računati koordinate novih tačaka, ali one nijesu pozicionirane tako da se mogu identifikovati u projekcionim ravnima 6 i 7. U ovom slučaju, kao što je rečeno, lokalne koordinate mogu da se transformišu u koordinate državnog koordinatnog sistema.